L_{den}（時間帯補正等価騒音レベル）の計算式の解説

2015/09/26

弁護士　村頭秀人

1　はじめに

公害対策基本法 9 条（現在は環境基本法 16 条 1 項）に基づく航空機騒音に係る環境基準は，昭和 48 年 12 月 27 日付け環境庁告示第 154 号によって初めて設定された。この環境基準においては，設定されて以来，騒音の評価指標として WECPNL が用いられてきたが，平成 19 年 12 月 17 日付け環境省告示第 114 号により，平成 25 年 4 月 1 日からは WECPNL に代えて時間帯補正等価騒音レベル（L_{den}）が用いられている。

L_{den}の計算式は，

$$L_{\mathrm{den}} = 10\log_{10}\left\{\frac{T_0}{T}\left(\sum_i 10^{\frac{L_{AE,di}}{10}} + \sum_j 10^{\frac{L_{AE,ej}+5}{10}} + \sum_k 10^{\frac{L_{AE,nk}+10}{10}}\right)\right\}$$

というものである（各々の記号の意味は後述する）。

以下はこの計算式の解説であるが，音に関する予備知識のない方を想定して，始めに音に関する必要最小限の知識を述べているので，音の実体や，音圧レベルあるいは騒音レベルについてよく御存じの方は, この部分を飛ばして 3 から読み始めていただいても差し支えない。

2　音の実体と音の性質の表し方

（1）　音の実体

音とは空気（空気に限らず，気体・固体・液体はすべて音を伝えることができ，音を伝える物質を媒質というが，以下，媒質が空気である場合を前提として述べる）の振動であり，空気の中に，何かのきっかけで圧力が平均すなわち大気圧より高い部分と低い部分とができて，それが波（音波）として伝わっていく現象である。

このように，音とは空気の圧力変化が伝わることであるから，音の性質は，圧力変化の回数，圧力変化の大きさ及び圧力変化の伝わる速さの３つで表すことができる。音の高さを決めるのが圧力変化の回数であり，音の大きさを決めるのが圧力変化の大きさである。

（2）　周波数

圧力変化の回数を表す概念が周波数であり，周波数とは周期的な圧力変化が１秒間に繰り返される回数をいう。単位はヘルツ（Hz）である。

（3）　音圧レベル

空気の圧力変化の大きさを音圧という。

音は空気の圧力変化（つまり空気の振動）が伝わっていく現象であるから，音圧は一

定の値ではなく，大きくなったり小さくなったり，常に変化している。そこで，その圧力変化の大きさを表す場合には，音圧実効値という値を使用する。音圧実効値とは，瞬時音圧（音圧の変化の瞬時値）を 2 乗した上で時間平均値を計算し，平方根をとった値である。

音圧や音圧実効値の単位はパスカル（Pa）であり，1 パスカルは 1 平方メートルに対して 1 N（ニュートン）＝約 0.1 kg の力が働いている状態である。

しかし，音の大きさを表すためには，パスカルを単位とする音圧（ないし音圧実効値）ではなく，最小可聴値（人の耳に聞こえる最小の音の音圧）を基礎として，定義式によって算出された音圧レベルという概念を用いる。音圧レベルの単位はデシベル（dB）である。

具体的に音圧レベルの定義式を示すと，

$$L_{\mathrm{p}} = 20\log_{10}\frac{P}{P_0}\ (\mathrm{dB}) \qquad \cdots\ [2.1]$$

である。ここで，P はデシベルの値を求めたい音の音圧（正確には音圧実効値。単位はパスカル［Pa］）であり，音圧が P パスカルである場合の音圧レベルが L_{p} デシベル(dB)である。P_0 は最小可聴値で，$P_0 = 2\times10^{-5}$ パスカルである。

この式には log すなわち対数が用いられているが，対数の意義は以下の通りである。

$a>0$，$a\neq1$ のとき，任意の正の数 X に対して $a^{P} = X$ となる実数 p がただ 1 つ存在する。

このとき，$P = \log_{a} X$（ログ a の X）と表す。P を対数，a を底（テイ），X のことを真数（シンスウ）という。

つまり，$\log_{a} X$ とは「a を何乗すれば X になるか」という数である。たとえば，$\log_{10}10 = 1$，$\log_{10}100 = 2$，$\log_{10}100000 = 5$，$\log_{10}1 = 0$ である。

これらのように底を 10 とする対数のことを常用対数という。

対数については，一般に

$$\log_{a} X^{n} = n\log_{a} X \qquad \cdots\ [2.2]$$

が成り立つ。

この証明は以下の通りである。

$B = \log_{a} X$ とおくと，対数の定義から，$a^{B} = X$

両辺を n 乗すると $(a^{B})^{n} = X^{n}$

ここで $(a^{B})^{n} = a^{Bn} = a^{nB}$ であるから（下記※参照），上式は $a^{nB} = X^{n}$ と書き換えられる。

これを対数の定義に当てはめると，

$\log_{a} X^{n} = nB$ である。

これに $B = \log_{a} X$ を代入すると，

$\log_a X^n = n \log_a X$　である。

※（a^B）^{n} ＝ a^{Bn} ＝ a^{nB}について

たとえば,

$$(a^2)^3 = (a \times a) \times (a \times a) \times (a \times a)$$
$$= a \times a \times a \times a \times a \times a$$
$$= a^{2\times3}$$
$$= a^{3\times2}$$

（証明終）

音圧レベルの定義式である式［2.1］は，式［2.2］を用いて,

$$L_p = 10 \log_{10} \frac{p^2}{p_0^2} \text{ (dB)} \qquad \cdots [2.3]$$

と表すこともできる。

（4）　騒音レベル（A 特性音圧レベル）

人の聴覚は，周波数により感じ方が異なっており（つまり，周波数によって聞こえやすさが異なる），騒音測定では人の感じ方に応じた騒音の大きさの測定をする必要がある。

そのために通常用いられるのが騒音レベル（A 特性音圧レベル）である。これは，上記の音圧レベルの値を人の聴覚に合わせて補正した値であり，単位は音圧レベルと同じくデシベル（dB）である（かつては dB(A)と表記されたが，今日では dB と書くのが正式な表記法である。従って，人の聴覚による補正をしない数値としての音圧レベルと，補正をした数値である騒音レベル［A 特性音圧レベル］とは，単位においては区別がつかない）。

人の聴覚により音圧レベルを補正する方法としては, A 特性のほかに B 特性や C 特性もある。しかし，一般的な騒音について評価するためには A 特性が最も適切であるとされているため，騒音の評価のためには，通常は A 特性音圧レベルを使用する。

今日，単にデシベル（dB）といえば A 特性音圧レベルのことを指す。また，音圧レベルでなく，音圧そのものについて A 特性で補正した値を A 特性音圧という。

なお，法令上は，「音圧レベル」という語は，人の聴覚による補正をする前の値と，補正をした後の値の両方を指す概念である（計量単位令 3 条 1 項及び別表第二）。他方,「騒音レベル」や「A特性音圧レベル」は，補正をした後の値のみを指す（「騒音レベル」について JIS Z 8106：2000，JIS C 1516：2014）[1]。

[1] 従来は，特定計量器検定検査規則（経済産業省令）814 条 1 項 2 号に「騒音レベル（計量単位令別表第二第六号の聴感補正に係る音圧レベルをいう。以下同じ。）の計量範囲」という規定があり，これが,「騒音レベル」とは聴覚による補正後の値のみを指す用語であることの法令上

3　dB の計算

（1）　足し算

音圧レベルや騒音レベルを表す dB というのは対数の値であるから，そのままで足したり引いたりすることはできない。たとえば，40 dB の音と 60 dB の音があるときに，それらが合わさった音が 100 dB になるわけではない。

そこで，dB すなわち音圧レベルや騒音レベルの足し算をするためには，特別な計算をする必要がある。これをパワー和あるいはエネルギー和という。その要点は，

「音圧レベル（騒音レベルでも同じである。以下『音圧レベル』という語は騒音レベルをも含む意味で用いる）の数値はそのままでは足し合わせることができないが，音のエネルギーの数値はそのまま足し合わせることができる。そこで，音圧レベルの和を求めるには，音圧レベルの数値を一度その音の持つエネルギーに換算して加算した上で，それを再び音圧レベルの数値に換算する」

ということである。今後，このことを「**原則**」と呼ぶことにする。**原則**は，音圧レベルの足し算だけでなく，引き算や割り算，あるいは平均値の計算についても応用できる。

具体的には，以下の通りである。

まず，音のエネルギーの単位はワット（W）/ m^2 であり，これは，音の通路に対して直角な 1 m^2 の面積を 1 秒間に通過する音のエネルギーを，仕事率の単位であるワットで表したものである。

1 ワットは，毎秒 1 ジュール（J）の仕事をする能力（仕事率）を表し，式で示すと，

$$1\mathrm{W} = 1\ \mathrm{J/s}$$

である。

1 ジュール（J）とは仕事の単位であり，1 ニュートン（N）の力に逆らって物体を 1 メートル移動させるのに要する仕事（すなわち，約 100 グラムの物体を 1 メートル持ち上げるのに必要な仕事）である。

次に，音のエネルギーは音圧（正確には音圧実効値であるが，以下単に「音圧」と表現する）の 2 乗に比例することがわかっている。そこで，ある音のエネルギーを I（音のエネルギーのことを音響インテンシティと呼ぶので[2]，intensity の頭文字である I を

の根拠であった。

平成 27 年 4 月 1 日付の改正により 814 条は改正され，814 条 1 項は「騒音計の表記事項は、日本工業規格 C 一五一六（二〇一四)による。」という規定となった（左記は同項の全文である）ので，改正後の同規則のもとでは，814 条 1 項に引用された JIS C1516：2014 を介して，「騒音レベル」が聴覚による補正後の値のみを指す用語であることが法令上根拠づけられている，と理解できる。

[2]　社団法人騒音制御工学会編「騒音用語辞典」(2010)，p.57

用いる。単位は前述の通り W／m²)，音圧を p（単位はパスカル［Pa］）とすると，どんな音についても，

$$I = a\,p^2 \quad (a \text{は定数}) \qquad \cdots［3.1］$$

が常に成り立つ。

いま，2 つの音と，それらが合成された音とを考え，それらの音の音圧，音圧レベル及びエネルギーを次の記号で表すことにする。

	第 1 の音	第 2 の音	合成音
音圧(Pa)	p_1	p_2	p_S
音圧レベル(dB)	L_1	L_2	L_S
エネルギー(W/m₂)	I_1	I_2	I_S

dB の足し算とは，L_1 と L_2から L_Sを求めることであり，次の通りである。

式［3.1］より，

$$I_1 = a\ p_1^2 \qquad \cdots［3.2］$$

$$I_2 = a\ p_2^2 \qquad \cdots［3.3］$$

また，最小可聴値の音圧をp_0，そのエネルギーをI_0とすると，式［3.1］より，

$$I_0 = a\ p_0^2 \qquad \cdots［3.4］$$

従って，

$$L_1 = 10\log_{10}\frac{p_1^2}{p_0^2} \qquad \text{（［2.3］より）}$$

$$= 10\log_{10}\left(\frac{I_1}{a} / \frac{I_0}{a}\right) \qquad \text{（［3.2］・［3.4］より）}$$

$$= 10\log_{10}\frac{I_1}{I_0}$$

log を外すと，

$$\frac{L_1}{10} = \log_{10}\frac{I_1}{I_0}$$

$$10^{\frac{L_1}{10}} = \frac{I_1}{I_0}$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}} \qquad \cdots［3.5］$$

全く同様にして，

$$I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}} \qquad \cdots［3.6］$$

L_1と L_2を足しあわせるときは，まずそれぞれの数値をエネルギーの数値に変換してから足しあわせ，それを音圧レベルの数値に再変換する。

すなわち，

$$I_S = I_1 + I_2$$

$$= I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}} + I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}} \qquad （［3.5］・［3.6］より）$$

$$= I_0 (10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}) \qquad \cdots［3.7］$$

これを音圧レベルの数値 L_S に再変換することになる。

そのためには，式［3.1］より，

$$I_S = a p_S^2$$

であるから,

$$p_S^2 = \frac{I_S}{a}$$

であり，また

$$I_0 = a p_0^2 \qquad \cdots［3.4］の再掲$$

より，

$$p_0^2 = \frac{I_0}{a}$$

であるから，これらを

$$L_S = 10 \log_{10} \frac{p_S^2}{p_0^2} \qquad （［2.3］より）$$

に代入すると，

$$L_S = 10 \log_{10} \left(\frac{I_S}{a} / \frac{I_0}{a}\right)$$

$$= 10 \log_{10} \frac{I_S}{I_0}$$

$$= 10 \log_{10} \left\{I_0 (10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}) / I_0\right\} \qquad （［3.7］より）$$

$$= 10 \log_{10} (10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}) \qquad \cdots［3.8］$$

2 つでなく 3 つ以上の音の音圧レベルを足しあわせるときも考え方は同じなので，一般に，n 個の音があり，それらの音の音圧レベルが L_1，L_2，…，L_n であるとき，n 個の音をすべて足しあわせた音の音圧レベルを L_S とすると，

$$L_S = 10 \log_{10} (10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}} + \cdots + 10^{\frac{L_n}{10}}) \qquad \cdots［3.9］$$

である。

このことを数列の和の記号であるΣ（シグマ）を用いて表すと，

$$L_S = 10 \log_{10} \sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{L_i}{10}} \qquad \cdots［3.10］$$

である。

$\sum_{k=n}^{m} a_k$ は，a_k の k を n から m まで変えて得られる項の和 $a_n + a_{n+1} + \cdots + a_{m-1} + a_m$ を表す（n≦m でなければならない）。

$\sum$ の上下の文字（添字と呼ばれる）は，和を計算する数列の上限や下限が前後関係から既知であるときや，具体的に和をとる時までに決まるとき等には省略される（上側の添字のみが省略されることもある)。

（2）　引き算

デシベルの引き算とは，L_2 と L_S から L_1 を求める計算である。

この計算は足し算と同様であり，

$I_S = I_1 + I_2$

より，

$I_1 = I_S - I_2$　　　　　　　　　　　　　　　　… ［3.11］

ここで，

$I_S = I_0 \cdot 10^{\frac{L_S}{10}}$　　　　　　　　　　　　　　　（［3.5］［3.6］より）

$I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}}$　　　　　　　　　　　　　　　… ［3.6］の再掲

であるから，これらを式［3.11］に代入すると，

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_S}{10}} - I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}}$$

$$= I_0 \left(10^{\frac{L_S}{10}} - 10^{\frac{L_2}{10}}\right) \qquad \cdots［3.12］$$

従って，

$$L_1 = 10 \log_{10} \frac{p_1^2}{p_0^2} \qquad （［2.3］より）$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{I_1}{a} / \frac{I_0}{a}\right) \qquad （［3.2］・［3.4］より）$$

$$= 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_0}$$

$$= 10 \log_{10} \left\{I_0 \left(10^{\frac{L_S}{10}} - 10^{\frac{L_2}{10}}\right) / I_0\right\} \qquad （［3.12］より）$$

$$= 10 \log_{10} \left(10^{\frac{L_S}{10}} - 10^{\frac{L_2}{10}}\right)$$

である。

（3）　平均値の計算

dB の 平均値を求めるため， 2 つの音とその平均の音の音圧，音圧レベル及びエネルギーを次の記号で表すことにする。

	第１の音	第２の音	平均の音
音圧(Pa)	p_1	p_2	p_{av}
音圧レベル(dB)	L_1	L_2	L_{av}
エネルギー(W/m2)	I_1	I_2	I_{av}

平均の音ということは，$I_{av} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)$ が成り立つということであるから，L_1 と L_2から L_{av}を求めるには，以下のように計算する。

$I_{av} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)$

$= \frac{1}{2}(I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}} + I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}})$ （［3.5］・［3.6］より）

$= \frac{1}{2} I_0(10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}})$ …［3.13］

従って，

$L_{av} = 10 \log_{10} \frac{p_{av}^2}{p_0^2}$ （［2.3］より）

$= 10 \log_{10} (\frac{I_{av}}{a} / \frac{I_0}{a})$ （［3.1］より）

$= 10 \log_{10} \frac{I_{av}}{I_0}$

$= 10 \log_{10} \left\{\frac{1}{2} I_0 (10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}) / I_0\right\}$ （［3.13］より）

$= 10 \log_{10} \left\{ \frac{1}{2}(10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}) \right\}$

３つ以上の音の平均値の場合も計算方法は同様であるので，一般的な式として示せば，n 個の音があって，それらの音圧レベルが L_1，L_2，…，L_nであるときの平均の音圧レベルを L av とすると，

$$L_{av} = 10 \log_{10}(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{L_i}{10}})$$

である。

（４） dB の計算方法のまとめ

（１）で述べた**原則**に従って，dB の足し算，引き算及び平均値の計算を行えば以上のようになる。

しかし，これらの計算結果を見てみると，どの計算においても，音圧レベルを L としたときの$10^{\frac{L}{10}}$という数値が鍵となっており，

「簡便に音圧レベル（L）の数値(dB)の計算をするには，$10^{\frac{L}{10}}$という数値を足したり引いたり割ったりした上で，その計算結果の数値を真数とする常用対数の 10 倍を算出すればよい」

ということがわかる。このことを「**公式**」と呼ぶことにする。上記の通り，**公式**は**原則**から導かれたものであるから，($10^{\frac{L}{10}}$という数値は実際のエネルギーの数値とは違うけれども）**公式**もやはり，「音圧レベルの数値をいったんエネルギーの値に変換した上で計算し，その後に音圧レベルの数値に戻す」という**原則**の一つの適用であると考えられる。

4 L_{den}の計算式の解明

（1） 計算式

L_{den}（時間帯補正等価騒音レベル）の計算式を改めて掲げ，記号の意味も記す。

$$L_{\text{den}} = 10\log_{10}\left\{\frac{T_0}{T}\left(\sum_i 10^{\frac{L_{AE,di}}{10}} + \sum_j 10^{\frac{L_{AE,ej}+5}{10}} + \sum_k 10^{\frac{L_{AE,nk}+10}{10}}\right)\right\} \qquad \cdots［4.1］$$

ただし，

T_0 ：基準の時間（1 s）

T ：観測 1 日の時間（86400 s）

$L_{\text{AE},di}$ ：午前 7 時から午後 7 時までの時間帯における i 番目の L_{AE}（L_{AE}：単発騒音暴露レベル。この意味は後述する）

$L_{\text{AE},ej}$ ：午後 7 時から午後 10 時までの時間帯における j 番目の L_{AE}

$L_{\text{AE},nk}$：午前 0 時から午前 7 時まで及び午後 10 時から深夜 0 時までの時間帯における k 番目の L_{AE}

上記の「単発騒音暴露レベル」の意義について，環境省の「航空機騒音測定・評価マニュアル」は，以下のように，騒音暴露量，騒音暴露レベル，単発騒音暴露量，単発騒音暴露レベルという順序で説明している[3]。

［騒音暴露量（記号 $\boldsymbol{E_{A,T}}$）］

時刻 t_1 に始まり時刻 t_2 に終わる時間間隔 T［s］にわたって瞬時 A 特性音圧の 2 乗を時間積分した量で，次式による。単位は平方パスカル秒［P_a^2 s]。

$$E_{A,T} = \int_{t_1}^{t_2} p_A^2(t)\,\mathrm{d}t$$

[3] 環境省「航空機騒音測定・評価マニュアル」(2012)，p.7

［騒音暴露レベル（記号 $L_{\mathrm{AE,T}}$）］

騒音暴露量を基準の音響暴露量で除した値の常用対数の 10 倍で，次式による。単位はデシベル［dB］。

$$L_{\mathrm{AE,T}} = 10 \log_{10} \frac{E_{A,T}}{E_0}$$

ここに，$E_0 = 4\times10^{-10}$（P_a^2 s）（基準の音響暴露量）

ところで，音圧レベルの定義式

$L_{\mathrm{p}} = 20 \log_{10} \frac{P}{P_0}$ （dB）　　　　　　　　　　　　… ［2.1］の再掲

において，$P_0 = 2\times10^{-5}$ （P_a） であるから，

$p_0^2 \cdot T_0 = E_0$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　… ［4.2］

である[4]（T_0 とは基準の時間（1 s）であり，左辺と右辺の単位を揃える［ともに単位を P_a^2 s とする］ために左辺にT_0をかける）。

［単発騒音暴露量（記号$\boldsymbol{E_A}$）］

飛行騒音のような単発騒音で，その単一事象が時刻 t_1～t_2 の間に含まれる場合の騒音暴露量で，騒音暴露量の定義式である

$$E_{A,T} = \int_{t_1}^{t_2} p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t$$

の$E_{A,T}$ をE_A に読み替える。すなわち，

$$E_A = \int_{t_1}^{t_2} p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t$$

である。単位は平方パスカル秒［P_a^2 s］。

［単発騒音暴露レベル（記号は L_{AE}）］

単発騒音暴露量を基準の音響暴露量で除した値の常用対数の 10 倍で，

$$L_{\mathrm{AE,T}} = 10 \log_{10} \frac{E_{A,T}}{E_0}$$

の $L_{\mathrm{AE,T}}$ を L_{AE} に読み替える。

すなわち，

$$L_{\mathrm{AE}} = 10 \log_{10} \frac{E_A}{E_0}$$

である。単位はデシベル［dB］。

ここで，JIS Z8731:1999 は，単発騒音暴露レベルについて，「単発的に発生する騒音の全エネルギーと等しいエネルギーをもつ継続時間 1 秒の定常音の騒音レベル」と定義している（定常音とは，変動しない一定値を示す音のことである）。このことはあとで

[4] 社団法人騒音制御工学会編「騒音用語辞典」(2010)，p.72

重要な意味を持つので，ここで証明しておくと，以下の通りである。

まず，継続時間が 1 秒である定常音を考え，その音圧（定常音だから一定値である）をp_sとする。

この定常音の全エネルギー（1 秒間に持つエネルギーの和）は，a・p_S^2・(t_2－t_1) という式［定数 a・p_S^2を時間間隔 T（t_1 から t_2まで）について積分することを意味する］において t_2－t_1= 1 の場合であるから，a・p_S^2である。

一方，時間間隔 T（t_1 から t_2まで） の間に発生したある一つの単発騒音について，時刻 t における瞬時 A 特性音圧をp_A(t) とすると，この単発騒音の全エネルギーは，式［3.1］より，

$$\int_{t_1}^{t_2} a\, p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t$$

である。

そこで，これが上記の a・p_S^2 に等しくなるような単発騒音を想定し，そのような単発騒音の単発騒音暴露レベルを L_{AE} （前記の単発騒音暴露レベルの定義式より，これは $10\log_{10}\frac{E_A}{E_0}$に等しい）としたとき，$L_{\mathrm{AE}}$ が $10\log_{10}\frac{p_S^2}{p_0^2}$ （前記の定常音の騒音レベル）に等しいことが示せれば，「単発騒音暴露レベルは，単発的に発生する騒音の全エネルギーと等しいエネルギーをもつ継続時間 1 秒の定常音の騒音レベルである」ことが証明できたことになる。

これは，以下のように示せる。

まず，前記の「想定」から，

$$\int_{t_1}^{t_2} a\, p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t = \mathrm{a}\cdot p_S^2 \qquad \cdots［4.3］$$

ここで，一般に，kが定数のとき，

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx \qquad \cdots［4.4］$$

が成り立つ。

式［4.4］の証明は以下の通りである。

まず，積分は微分の逆の演算である。すなわち，微分して$f(x)$ になる関数を求める演算が積分である。

そこで，

$$\{kf(x)\}' = kf'(x)$$

（$f'(x)$とは，$f(x)$を微分することを意味する。従って，$\{kf(x)\}'$とは， $kf(x)$ を微分することである）

であれば，

$$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$$

も成り立つので，以下に，$\{kf(x)\}' = kf'(x)$　を証明する。

$\{kf(x)\}'$を求めるとは，$kf(x)$を微分するということであるが，一般に，微分とは次のことを意味する。

関数$f(x)$のx が a から a + h まで変化するときの平均変化率

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

において，h が 0 と異なる値をとりながら 0 に限りなく近づくとき，平均変化率が一定の値に限りなく近づくならば，その値を関数 $f(x)$ の $x = a$ における微分係数または変化率という。

このことを，次の式で表す。$f'(a)$ は，$f(x)$ の $x = a$ における微分係数または変化率である。

$f'(a)$ =

$$\lim_{h \to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

次に， $x = a$ における微分係数の式でa をxに書き改めて，

$f'(\mathrm{x})$ =

$$\lim_{h \to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

としてできる新しい関数$f'(\mathrm{x})$を，もとの関数$f(x)$ の導関数といい，関数$f(x)$から導関数$f'(\mathrm{x})$を求めることを「関数$f(x)$をxについて微分する」あるいは単に「関数$f(x)$を微分する」という。

上記の導関数の定義に従って

$\{kf(x)\}' = kf'(x)$（ただし，k は定数）

であることを示すと，以下の通りである。

$$\{kf(x)\}' = \lim_{h \to 0} k \cdot \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= k\lim_{h \to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

（なぜなら，kは定数であるから，k が $\lim_{h \to 0}$ の中にあっても外にあっても値は変わらない）

$$= kf'(x)$$

以上の通り，$\{kf(x)\}' = kf'(x)$ であるから，前述した通り，

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$　　　　　　　　　　　　…［4.4］の再掲

も成り立つ。　　　　　　　　　　　　（証明終）

従って，

$\int_{t_1}^{t_2} a\, p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t = \mathrm{a} \cdot p_S^2$　　　　　　　　　　　　…［4.3］の再掲

について，式［4.4］より，

$\mathrm{a}\ \int_{t_1}^{t_2} p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t = \mathrm{a} \cdot p_S^2$

$\int_{t_1}^{t_2} p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t\ \ = p_S^2$　　　　　　　　　　　　…［4.5］

よって，

$L_{\mathrm{AE}} = 10\ \log_{10} \frac{E_A}{E_0}$　　　　　　　　　　（単発騒音暴露レベルの定義より）

$= 10\ \log_{10} \frac{\int_{t_1}^{t_2} p_A^2(\mathrm{t})\mathrm{d}t}{p_0^2 \cdot T_0}$　　　　　　（単発騒音暴露量の定義及び式［4.2］より）

$= 10\ \log_{10} \frac{p_S^2}{p_0^2}$　　　　　　（式［4.5］より。T_0 は基準の時間 1s なので，無視できる）

以上より，単発騒音暴露レベルは「単発的に発生する騒音の全エネルギーと等しいエネルギーをもつ継続時間 1 秒の定常音の騒音レベル」であることが証明できた。言い換えると，ある単発騒音がもつ全エネルギーと同じだけのエネルギーをもつ継続時間 1 秒の定常音を想定したとき，その定常音の騒音レベル（単位は dB）が，その単発騒音の単発騒音暴露レベルである。

末尾に掲げるグラフは，通常の騒音（準定常騒音，変動騒音）と単発騒音を比較したものである。このうちの右側のグラフが，単発騒音暴露量と単発騒音暴露レベルの関係を視覚的に示している。

（２）　等価騒音レベルと L_{den}

前記の通り，L_{den} は「時間帯補正等価騒音レベル」であるが，「時間帯補正」がつかない「等価騒音レベル」（記号 $L_{\mathrm{Aeq,T}}$）というものがあり，その意義を文章で表せば，「ある時間範囲 T について，変動する騒音の騒音レベルをエネルギー的な平均値として表した量」（JIS Z 8731:1999）である。言い換えれば，「変動する騒音が一定時間において有する総エネルギーと同じだけのエネルギーを持つ定常騒音の騒音レベル」である。

この等価騒音レベル $L_{\mathrm{Aeq,T}}$ の式は，一般的には，時刻 t_1 に始まり時刻 t_2 に終わる時間間隔 T［s］について，

$$L_{Aeq,T} = 10\log_{10}\left[\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\frac{p_A^2(t)}{p_0^2}dt\right] \quad [\mathrm{dB}] \qquad \cdots [4.6]$$

(p_A(t)は時刻 t における A 特性音圧)

と表されるが，航空機騒音のような単発騒音について，時間間隔 T（t_1 〜 t_2）の間に発生した単発騒音暴露レベル $L_{\mathrm{AE},i}$ から等価騒音レベル

$L_{\mathrm{Aeq,T}}$を求めるには，次式による[5]。

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right) \ [\mathrm{dB}] \qquad \cdots [4.7]$$

（i は i 番目に発生した単発騒音を表す添字，T_0は基準の時間［1s]。）

L_{den}の計算式である式［4.1］と式［4.7］を見比べてみると，式［4.7］について，T を観測 1 日の時間（86400 s）とした上で（文字が同じなので紛らわしいが，式［4.7］における T は t_1 〜 t_2という不特定の時間であるのに対し，式［4.1］における T は 86400 s［すなわち 24 時間］という定まった時間である），

$L_{\mathrm{AE},di}$（昼間の値）については補正せず，

$L_{\mathrm{AE},ej}$（夕方の値）については 5 を加え，

$L_{\mathrm{AE},nk}$（夜間の値）については 10 を加える，

という補正をした式が式［4.1］であることが，式自体から明らかである。

従って，単発騒音暴露レベル $L_{\mathrm{AE},i}$ から等価騒音レベル $L_{\mathrm{Aeq,T}}$を求める式が

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right) \ [\mathrm{dB}] \qquad \cdots [4.7] \text{の再掲}$$

であることが理解できれば，L_{den}の計算式も理解できたことになる。

そこで，まず一般的な等価騒音レベルの式である

$$L_{Aeq,T} = 10\log_{10}\left[\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\frac{p_A^2(t)}{p_0^2}dt\right] \quad [\mathrm{dB}] \qquad \cdots [4.6] \text{の再掲}$$

が成り立つことを説明し（下記（3）），

次いで，単発騒音暴露レベルから等価騒音レベルを求めるならば

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right) \ [\mathrm{dB}] \qquad \cdots [4.7] \text{の再掲}$$

であることを示す（下記（4）），という順序で述べる。

（3） $L_{Aeq,T} = 10\log_{10}\left[\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\frac{p_A^2(t)}{p_0^2}dt\right]$ ［dB］ の説明

これは一般的な等価騒音レベルの計算式であり，本題の

[5] 環境省「航空機騒音測定・評価マニュアル」(2012)，p.7

$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\ \log_{10}\left(\dfrac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right)$ ［dB］ … ［4.7］の再掲

とは異なるが，等価騒音レベルが「ある時間範囲 T について，変動する騒音の騒音レベルをエネルギー的な平均値として表した量」あるいは「変動する騒音が一定時間において有する総エネルギーと同じだけのエネルギーを持つ定常騒音の騒音レベル」であることを具体的に把握する目的で，まずこの計算式の意味を説明する。

時刻 t における A 特性音圧をp_A(t)，そのときのエネルギーを I(t)とすると，音のエネルギーの式

$I = a\,p^2$ （a は定数） … ［3.1］の再掲

（これは音圧 p の代わりに A 特性音圧p_Aを用いた場合にも成り立つ）より，

$I(\mathrm{t}) = a\ p_A^2(\mathrm{t})$ … ［4.8］

である。

時刻 t_1 と t_2 の間（但し，$t_2 - t_1 = T$ とする）のエネルギーの総和は，$I(t)$を t_1 から t_2 まで積分した値，すなわち

$\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$ であり，式［4.8］から，これは $\int_{t_1}^{t_2} a\,p_A^2\,(t)dt$ に等しい。

すなわち，

$\int_{t_1}^{t_2} I(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} a\,p_A^2\,(t)dt$ … ［4.9］

一方，騒音レベルが等価騒音レベル $L_{\mathrm{Aeq,T}}$ である定常音のA特性音圧を p_{Aeq} とすると，そのエネルギーIは，式［3.1］より，

$I = a \cdot p_{Aeq}^2$

であるから，時刻 t_1 と t_2 の間のエネルギーの総和は

$a \cdot p_{Aeq}^2(t_2 - t_1)$ （定数 $a \cdot p_{Aeq}^2$ を t_1 から t_2 まで積分することを意味する）

$= a \cdot p_{Aeq}^2 \cdot T$ … ［4.10］

である。

式［4.9］と式［4.10］が等しい（それが等価騒音レベルの意味である）のだから，

$a \cdot p_{Aeq}^2 \cdot T = \int_{t_1}^{t_2} a\,p_A^2\,(t)dt$

$= a\int_{t_1}^{t_2} p_A^2\,(t)dt$ （式［4.4］より）

$p_{Aeq}^2 = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} p_A^2\,(t)dt$ … ［4.11］

ここで，

$L_{\mathrm{p}} = 10\ \log_{10}\dfrac{p^2}{p_0^2}$ … ［2.3］の再掲

より，

$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\ \log_{10}\dfrac{p_{Aeq}^2}{p_0^2}$

であるから，これに式［4.11］を代入して，

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left[\frac{1}{T}\ \cdot \int_{t_1}^{t_2} p_A^2(t)\,dt \cdot \frac{1}{p_0^2}\right]$$

$$= 10\log_{10}\left[\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2}\frac{p_A^2(t)}{p_0^2}dt\right]$$

（なぜなら，$\frac{1}{p_0^2}$ は定数なので，式［4.4］より

$$\int_{t_1}^{t_2} p_A^2(t)\,dt \cdot \frac{1}{p_0^2} = \int_{t_1}^{t_2}\frac{p_A^2(t)}{p_0^2}dt$$

であるから）

（4）　単発騒音暴露レベルから等価騒音レベルを求める式の説明

次に，時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生した単発騒音暴露レベル $L_{\mathrm{AE},i}$ から等価騒音レベル $L_{\mathrm{Aeq,T}}$ を求める式である

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right)\ [\mathrm{dB}] \qquad \cdots［4.7］の再掲$$

（i は i 番目に発生した単発騒音を表す添字，T_0は基準の時間［1s]。）

の意味を述べる。

まず，

$$\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}$$

という部分は，時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生した個々の単発騒音の単発騒音暴露レベルを $L_{\mathrm{AE},i}$（i は i 番目に発生した音であることを示す）としたときの$10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}$ をすべて足しあわせた数値であり，それを T（単位は秒 s）で割ったものが

$$\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}$$

である（T_0 は基準の時間 1s なので，無視できる）。

そして，この数値を真数とする常用対数の 10 倍が，

$$10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right)$$

である。

ここで，10 頁以下で証明した通り，$L_{\mathrm{AE},i}$（単発騒音暴露レベル）の本質は騒音レベルであるから，騒音レベルの計算方法である**公式**が成り立つ。

すなわち，

「簡便に単発騒音暴露レベル（$L_{\mathrm{AE},i}$）の数値(dB)の計算をするには，$10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}$という数値を足したり引いたり割ったりした上で，その計算結果の数値を真数とする常用対数の 10 倍を算出すればよい」

ということが言える。そして，これは，単発騒音暴露レベルの数値をいったんエネルギーの数値に変換して計算した上で，単発騒音暴露レベルの数値に戻す方法である（本当のエネルギーの数値に変換して計算する方法は**原則**であり，簡略化して計算する方法が**公式**である）。

そうすると，式［4.7］は**公式**をそのまま当てはめたものであるから，直感的に理解できる。文章で説明すれば，$L_{\mathrm{Aeq,T}}$とは，

「時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生したすべての単発騒音について，それらのもつエネルギーの総合計を T（単位は s［秒］）で割って 1 秒間あたりの平均エネルギーを出し，そのエネルギーをもつような継続時間 1 秒の定常音を想定したときの，その定常音の騒音レベル（すなわち単発騒音暴露レベル）」

であり，これはまさに，時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生したすべての単発騒音についての等価騒音レベルである。

（５） L_{den}（時間帯補正等価騒音レベル）の計算式の意味

（４）で述べたことを前提にすれば，L_{den}（時間帯補正等価騒音レベル）の計算式，すなわち

$$L_{\mathrm{den}} = 10\log_{10}\left\{\frac{T_0}{T}\left(\sum_i 10^{\frac{L_{AE,di}}{10}} + \sum_j 10^{\frac{L_{AE,ej}+5}{10}} + \sum_k 10^{\frac{L_{AE,nk}+10}{10}}\right)\right\} \quad \cdots［4.1］の再掲$$

も容易に理解できる。このことは（２）で述べたが，再度述べると，時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生したすべての単発騒音の単発騒音暴露レベルから等価騒音レベルを求める式である

$$L_{\mathrm{Aeq,T}} = 10\log_{10}\left(\frac{T_0}{T}\sum_i 10^{\frac{L_{AE,i}}{10}}\right) \ [\mathrm{dB}]$$

（$L_{\mathrm{AE},i}$ は時間間隔 T（t_1～ t_2）の間に発生したそれぞれの単発騒音暴露レベル，i は i 番目に発生した単発騒音を表す添字，T_0は基準の時間［1s]。） …［4.7］の再掲

において，T を観測 1 日の時間（86400 s）とした上で，

$L_{\mathrm{AE},di}$（昼間の値）については補正せず，

$L_{\mathrm{AE},ej}$（夕方の値）については 5 を加え，

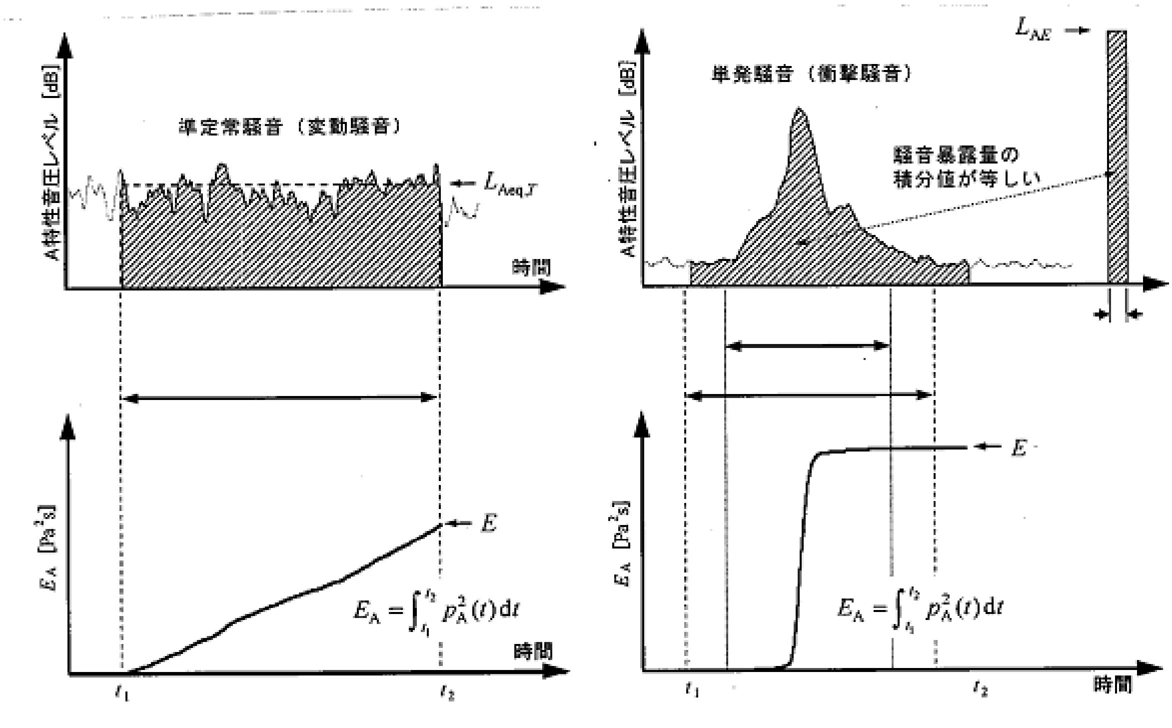
$L_{\mathrm{AE},nk}$（夜間の値）については 10 を加える，

という補正をした式が式［4.1］である。

（６） まとめ

以上のように，L_{den} の本質は等価騒音レベルであり，ただ，夕方と夜間に発生した騒音についてそれぞれ 5dB と 10dB の重み付けをする点で通常の等価騒音レベルと異なるだけである。

L_{den} が「時間帯補正等価騒音レベル」であることからすると，この結論は当たり前といえば当たり前であるが, そのことを L_{den} の計算式に則して確認した点がこの解説文の意義である。



図－１　騒音暴露量と単発騒音暴露量

（環境省「航空機騒音測定・評価マニュアル」附 26 頁より）